

2018 年 10 月高等教育自学考试全国统一命题考试

高等数学（一） 试卷

(课程代码 00020)

本试卷共 4 页，满分 100 分，考试时间 150 分钟。

考生答题注意事项：

1. 本卷所有试题必须在答题卡上作答。 答在试卷上无效。 试卷空白处和背面均可作草稿纸。
2. 第一部分为选择题。必须对应试卷上的题号使用 2B 铅笔将“答题卡”的相应代码涂黑。
3. 第二部分为非选择题。必须注明大、小题号，使用 0.5 毫米黑色字迹签字笔作答。
4. 合理安排答题空间，超出答题区域无效。

第一部分选择题

一、单项选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1. 若极限 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + x + k}{x^2 + x + 2} = \frac{5}{4}$ ，则常数 $k =$

- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4

2. 设函数 $f(x) = x^2$ ， $g(x) = \tan x$ ，则当 $x \rightarrow 0$ 时

- A. $f(x)$ 是比 $g(x)$ 高阶的无穷小量
B. $f(x)$ 是比 $g(x)$ 低阶的无穷小量
C. $f(x)$ 是比 $g(x)$ 是同阶无穷小量，但不是等价无穷小量
D. $f(x)$ 是比 $g(x)$ 是等价无穷小量

3. 下列函数中在点 $x=0$ 处导数不存在的是

- A. $y = \sin x$ B. $y = \tan x$
C. $y = \sqrt[3]{x}$ D. $y = 2^x$

4. 若曲线 $y = x - e^x$ 在点 (x_0, y_0) 处的切线斜率为 0，则切点 (x_0, y_0) 是

- A. $(1, 1 - e)$ B. $(-1, -1 - e^{-1})$
C. $(0, 1)$ D. $(0, -1)$

5. 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上可导, 且 $f'(x) < 0$, 若 $f(b) > 0$, 则在 $[a, b]$ 上

A. $f(x) > 0$

B. $f(x) < 0$

C. $f(x) = 0$

D. $f(x)$ 的值有正有负

6. 已知 $x = 0$ 是函数 $y = a \sin x + \frac{1}{3} \sin 3x$ 的驻点, 则常数 $a =$

A. -2 B. -1

C. 0 D. 1

7. 若 $f'(x) = \sqrt{x}$, 则 $f(x) =$

A. $\frac{2}{3}x^{\frac{2}{3}} + C$

B. $\frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}} + C$

C. $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + C$

D. $\frac{3}{2}x^{\frac{3}{2}} + C$

8. 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续, 则下列等式正确的是

A. $\frac{d}{dx} \left(\int_a^x f(t) dt \right) = f(x)$

B. $\frac{d}{dx} \left(\int_x^b f(t) dt \right) = f(x)$

C. $\frac{d}{dx} \left(\int_a^b f(t) dt \right) = f(x)$

D. $\frac{d}{dx} \left(\int_b^a f(t) dt \right) = f(x)$

9. 微分方程 $\sin x dx + \cos y dy = 0$ 的通解为

A. $\cos y + \sin x = C$ B. $\cos y - \sin x = C$

C. $\sin y + \cos x = C$ D. $\sin y - \cos x = C$

10. 设函数 $f(x, y) = y \ln x + x^2$, 则 $\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{(2, -2)} =$

A. 0 B. 1

C. 2 D. 3

第二部分非选择题

二、简单计算题：本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分。

11. 设等差数列 $\{x_n\}$ 的公差 $d = 2$, 且 $x_2 + x_5 = 16$, 求首项 x_1 .

12. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 5x)^{\frac{1}{x}}$.

13. 设函数 $y = \frac{\sin x}{x}$, 求微分 dy .

14. 求函数 $y = 3e^{2x}$ 的弹性函数 $\frac{Ey}{Ex}$ 及 $\left. \frac{Ey}{Ex} \right|_{x=1}$.

15. 求不定积分 $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$.

三、计算题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

16. 求函数 $f(x) = \ln(x-3) + \sqrt{5-x}$ 的定义域.

17. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} a + xe^x, & x < 0 \\ 1, & x = 0 \\ b + \sin x, & x > 0 \end{cases}$ 在点 $x=0$ 处连续, 求常数 a, b 的值

18. 已知函数 $y = \arctan(x^2)$, 求 $\frac{d^2y}{dx^2} \Big|_{x=0}$.

19. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1 + \ln x}{e^x - e}$.

20. 计算定积分 $I = \int_0^1 \left(\frac{2x}{x^2+1} + \frac{1}{x^2+4x+5} \right) dx$.

四、综合题：本大题共 4 小题，共 25 分。

21. (本小题 6 分)

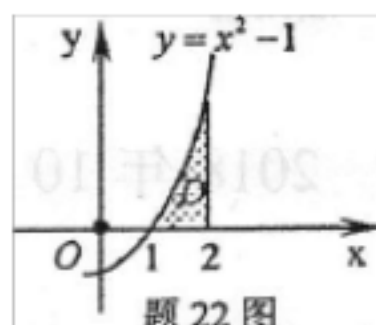
设某厂生产 Q 吨产品的总成本 $C(Q) = 3Q + 1$ (万元), 需求量 Q 与价格 P (万元/吨) 的关系为 $Q = 35 - 5P$, 且产销平衡.

- (1) 求总利润函数 $L(Q)$;
- (2) 问产量为多少时总利润最大?

22. (本小题 6 分)

设 D 是由曲线 $y = x^2 - 1$ 与直线 $x = 2, y = 0$ 所围成的平面区域. 求:

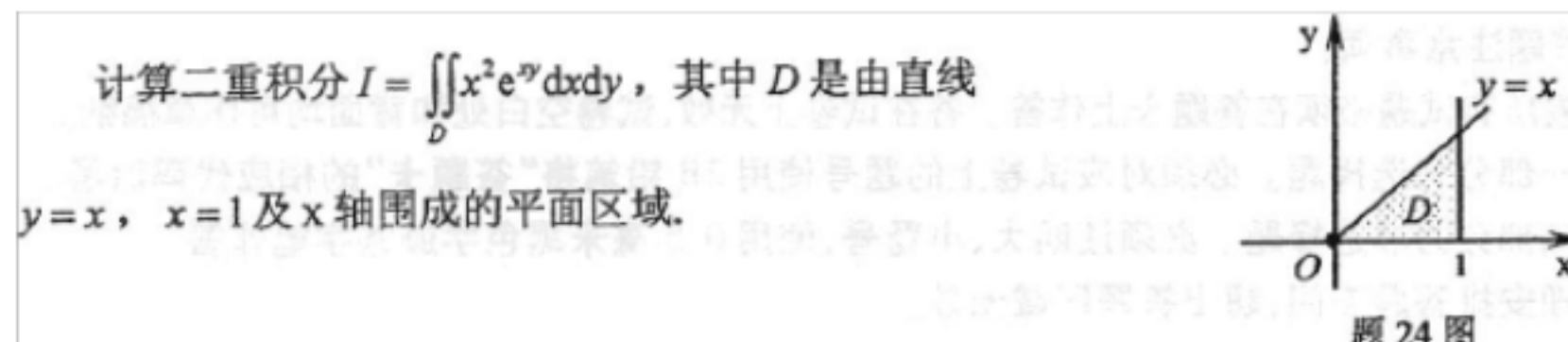
- (1) D 的面积 A ;
- (2) D 绕 x 轴旋转一周的旋转体体积 V_x .



23. (本小题 6 分)

求函数 $z = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y + 1$ 的极值.

24. (本小题 7 分)



绝密★启用前

2018 年 10 月高等教育自学考试全国统一命题考试

高等数学（一）试题答案及评分参考

（课程代码 00020）

一、单项选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。

1. B 2. A 3. C 4. D 5. A
6. B 7. C 8. A 9. D 10. D

二、简单计算题：本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分。

11. 解：由已知 $x_1 + d + x_1 + 4d = 2x_1 + 10 = 16$,2 分
得 $x_1 = 3$4 分

12. 解：原极限 $= \lim_{x \rightarrow 0} \left[(1 - 5x)^{-\frac{1}{5x}} \right]^{-5}$ 3 分
 $= e^{-5}$4 分

13. 解：由于 $y' = \frac{x \cos x - \sin x}{x^2}$,3 分
故 $dy = \frac{x \cos x - \sin x}{x^2} dx$4 分

14. 解： $\frac{Ey}{Ex} = \frac{x}{3e^{2x}} (3e^{2x})' = 2x$,3 分
 $\frac{Ey}{Ex} \Big|_{x=1} = 2x \Big|_{x=1} = 2$4 分

15. 解：原积分 $= \int \ln x d\left(-\frac{1}{x}\right) = -\frac{\ln x}{x} + \int \frac{1}{x^2} dx$ 3 分
 $= -\frac{\ln x}{x} - \frac{1}{x} + C$4 分

三、计算题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

16. 解：要使函数 $f(x)$ 有意义，须满足 $\begin{cases} x-3 > 0 \\ 5-x \geq 0 \end{cases}$,3 分
故定义域 $D_f = (3, 5]$5 分

17. 解: 因为函数 $f(x)$ 在点 $x=0$ 处连续,

$$\text{所以 } \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0) = 1. \quad \cdots \cdots 2 \text{ 分}$$

$$\text{又 } \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (a + xe^x) = a,$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (b + \sin x) = b, \quad \text{故 } a = b = 1. \quad \cdots \cdots 5 \text{ 分}$$

$$18. \text{ 解: } \frac{dy}{dx} = \frac{2x}{1+x^4}, \quad \cdots \cdots 2 \text{ 分}$$

$$\left. \frac{d^2y}{dx^2} \right|_{x=0} = \left. \frac{2(1+x^4) - 2x \cdot 4x^3}{(1+x^4)^2} \right|_{x=0} = 2. \quad \cdots \cdots 5 \text{ 分}$$

$$19. \text{ 解: 原极限} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + \frac{1}{x}}{e^x} \quad \cdots \cdots 3 \text{ 分}$$

$$= \frac{4}{e}. \quad \cdots \cdots 5 \text{ 分}$$

$$20. \text{ 解: } I = \int_0^1 \frac{2x}{x^2+1} dx + \int_0^1 \frac{1}{x^2+4x+5} dx \quad \cdots \cdots 1 \text{ 分}$$

$$= \ln(x^2+1) \Big|_0^1 + \int_0^1 \frac{1}{(x+2)^2+1} d(x+2) \quad \cdots \cdots 3 \text{ 分}$$

$$= \ln 2 + \arctan(x+2) \Big|_0^1 = \ln 2 + \arctan 3 - \arctan 2. \quad \cdots \cdots 5 \text{ 分}$$

四、综合题: 本大题共 4 小题, 共 25 分。

21. (本小题 6 分)

解: (1) 由已知, 得 $P = 7 - 0.2Q$, 收益函数 $R(Q) = -0.2Q^2 + 7Q$,

$$\text{故利润函数 } L(Q) = R(Q) - C(Q) = -0.2Q^2 + 4Q - 1. \quad \cdots \cdots 3 \text{ 分}$$

(2) 令 $L'(Q) = -0.4Q + 4 = 0$, 得唯一驻点 $Q = 10$.

又 $L''(Q) = -0.4 < 0$, 故该驻点为极大值点, 也是最大值点.

所以当 $Q = 10$ 吨时总利润最大. $\cdots \cdots 6 \text{ 分}$

(注: 若用“由问题的实际意义知最值存在且驻点唯一”论述最值亦可)

22. (本小题 6 分)

$$\text{解: (1) } A = \int_1^2 (x^2 - 1) dx = \left(\frac{1}{3}x^3 - x \right) \Big|_1^2 = \frac{4}{3}. \quad \cdots \cdots 3 \text{ 分}$$

$$(2) V_x = \pi \int_1^2 (x^2 - 1)^2 dx = \pi \left(\frac{1}{5}x^5 - \frac{2}{3}x^3 + x \right) \Big|_1^2 = \frac{38}{15}\pi. \quad \cdots \cdots 6 \text{ 分}$$

23. (本小题 6 分)

解: $\frac{\partial z}{\partial x} = 2x + y - 3$, $\frac{\partial z}{\partial y} = x + 2y - 6$, 令 $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial z}{\partial y} = 0$, 得驻点 $(0, 3)$3 分

$$\text{又 } A = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \Big|_{(0,3)} = 2, B = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \Big|_{(0,3)} = 1, C = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \Big|_{(0,3)} = 2,$$

$$B^2 - AC = -3 < 0, \text{ 且 } A = 2 > 0,$$

故函数在点 $(0, 3)$ 处取得极小值 $z(0, 3) = -8$6 分

24. (本小题 7 分)

$$\text{解: } I = \int_0^1 dx \int_0^x x^2 e^y dy \quad \text{.....3 分}$$

$$= \int_0^1 x(e^y) \Big|_0^x dx = \int_0^1 x(e^{x^2} - 1) dx \quad \text{.....5 分}$$

$$= \frac{1}{2} e^{x^2} \Big|_0^1 - \frac{1}{2} x^2 \Big|_0^1 = \frac{e}{2} - 1. \quad \text{.....7 分}$$